

# プラズマの多様な理論モデル

洲鎌英雄

総合研究大学院大学教授核融合科学専攻／自然科学研究機構核融合科学研究所教授

プラズマ中では、さまざまな物理現象が広範囲の時間・空間スケールで起こる。それらを解析するため、階層の違いに応じた理論モデルが用いられてきた。

プラズマは、多数の負の電荷を持った電子と、正の電荷を持った陽子等のイオン、およびそれら荷電粒子を相互作用させる電磁場からなる系である。プラズマ中では波動、輻射、不安定性、拡散、乱流等のさまざまな物理現象が非常に広範囲な時間・空間スケールにおいて現れるが、これらを支配する基本原理は、荷電粒子の運動と電磁場の時間・空間依存性を決定するニュートン運動方程式とマクスウェル方程式により与えられる。

それでは、これらの基本方程式に従ってコンピュータシミュレーション等を行えば、プラズマの複雑な振る舞いを説明あるいは予測できるだろうと考えられる

かもしれない。しかし、1億度を超える磁場閉じ込め核融合プラズマの中には $1\text{m}^3$ 当たり $10^{20}$ 個程度の電子とイオンが閉じ込められており、きわめて短時間・短波長（プラズマ振動 $10^{12}$ ヘルツ・デバイ長 $10^{-4}\text{m}$ 程度以下）の電磁波動現象から、きわめて長時間・長波長（エネルギー閉じ込め1秒程度・装置サイズ数m）の輸送現象までをいっきよに追跡することは、現代のいかに進歩したコンピュータをもってしても不可能である。

そこで、あらゆるスケールのすべての物理現象を取り扱うかわりに、興味のあるスケールと現象だけを正確に記述することができる近似モデルを導き、それを用いて理論解析やシミュレーションを行

うという物性物理全般における理論・シミュレーションのやり方が、核融合プラズマに対してもとられてきた。ここでは、とくに磁場閉じ込め核融合プラズマの理論・シミュレーション研究がどのようなものであるかを、基本となるモデルとともに、紹介しよう。

## 磁気流体力学 (MHD) モデル

核融合炉の実現を目指して、数m程度の限られたサイズの装置の中に超高温のプラズマを閉じ込めるため、いかなる磁場構造を用いるか？ このような核融合炉設計に関わる最も基本的かつ重要な問題に答えてくれる、その意味で核融合研究において最も役立つ理論モデルは「磁気流体力学 (MHD)」であると言えよう。

MHDでは、個々のプラズマ粒子の運動を追いかけるかわりに、プラズマを流体とみなし、各空間位置におけるプラズマ粒子の平均密度、平均速度、平均エネルギー (=温度) によりプラズマの状態を表す。MHD方程式は、これら流体変数に対する時間発展方程式と磁場・電場を決定するためのアンペールの法則・オームの法則からなる。とくに電気抵抗がゼロ (完全導体プラズマ) の場合を取り扱う場合を理想MHDと呼ぶが、“磁力線はプラズマ流体にピッタリくっつきながら運動する (磁力線の凍りつき)” という拘束条件が理想MHDから導かれる。この条件は電気抵抗が存在する場合には緩和され

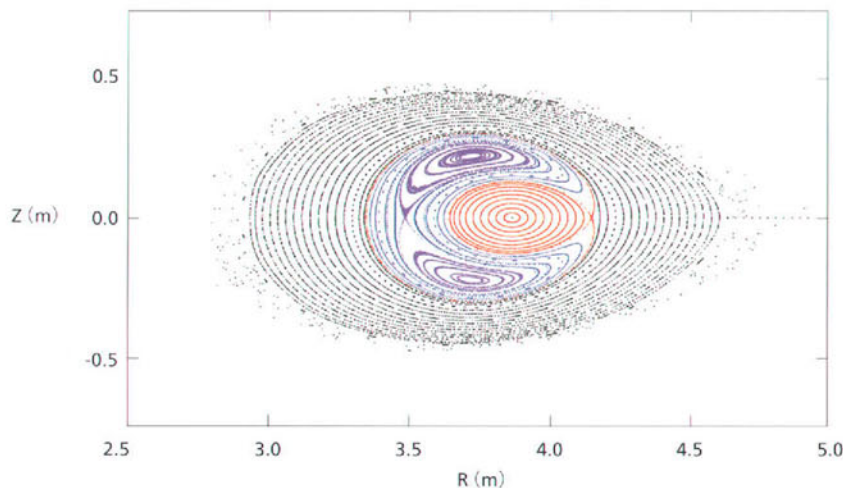


図1 3次元磁気流体平衡コード (HINT コード) によるLHDプラズマ平衡の磁気面の解析 (菅野龍太郎氏提供)。LHDプラズマは、外的な制御とプラズマの自発性によってつくられる電流分布により、さまざまなMHD平衡を形成する。図の例は、横長断面における磁力線構造を表し、プラズマ中心付近 (赤色) における磁力線が外側 (黒色) の領域とは逆向きに磁気軸に巻きつき、その境界に2連の磁気島 (紫色) が形成されている。





図2 LHDプラズマの非線形磁気流体シミュレーション(三浦英昭氏提供)。有限の電気抵抗と圧力勾配によって駆動される抵抗性バルーニングモードと呼ばれるMHD不安定性の成長により、歪んだプラズマ圧力分布が色の違いにより表されている。

“磁力線の再結合”が起こり得る。これらの物理描像はプラズマの振る舞いを直観的に理解するのに大変役立つ。核融合プラズマのみならず、天文・宇宙プラズマの分野においてもMHDモデルは広く用いられている。

核融合研究におけるMHD理論は、装置サイズ程度の長波長プラズマの振る舞いに対して、閉じ込め磁場の幾何学的形状がもたらす効果を調べるのに最も適している。MHDに基づき磁場閉じ込めプラズマを研究する場合、まず電磁力とプラズマ圧力勾配が釣り合った「MHD平衡」と呼ばれる静止平衡状態を求めなければならない。プラズマ粒子は磁力線方向にすばやく逃げていくので、装置内部にプラズマを閉じ込める場合、磁力線が外へ逃げていかないよう、磁力線がドーナツの表面に巻き付いたような形状(トラス磁気面)のMHD平衡を考えるのが主流である。平衡解の決定には洗練されたコンピュータプログラムによる数値計算が用いられるのが普通である(図1参照)。

MHD平衡では通常トラス磁気面が綺麗な入れ子状になった場合を想定するが、磁力線がトラスを何周かしてまた元の位置にもどる場合(閉じた磁力線)、図1中にも示したような磁気島と呼ばれる構造ができやすくなる。何らかの原因で生じた摂動磁場が強くなると、多くの磁気島構造が生まれ、カオス的な乱れた磁力線の領域が増大し、トラス磁気面をなす領域が減少していく。これは、まさ

にハミルトン力学系のカオス理論で有名なKolmogorov, Arnold, Moser (KAM) の定理の具体例となっており、興味深い。

次に、求まったMHD平衡がプラズマ閉じ込めに適しているかどうかは、MHD安定性の問題として議論される。核融合プラズマで考える平衡状態のように大きな圧力勾配や非一様で曲がりくねった磁場が存在する場合、平衡を乱す僅かな摂動が時間とともに指数関数的に増大し、初期の平衡状態が安定に維持できないことがある。このようなプラズマ中の不安定性の問題において、プラズマ閉じ込めに対して最も危険な、すなわち、非常に速い成長率と大きな波長を持つ不安定性は、理想MHDモデルによって解析される。

摂動の非線形性を無視した線形理想MHD方程式は、平衡状態におけるプラズマ圧力・電流勾配による不安定化や磁気井戸・磁気シアによる安定化の数学的定式化や物理的理解に役立ち、また実用上も数値計算による核融合プラズマの安定性解析に大いに貢献してきた。MHDプラズマの複雑な非線形現象の研究には、近年急速に発達してきたコンピュータシミュレーションがその威力を発揮している(図2参照)。

## ドリフト運動論と新古典輸送

MHDのような流体モデルは、個々の粒子の速度分布が近似的にマクスウェル分布によって与えられる場合に有効なモデルである。しかし、核融合プラズマのような超高温状態では、衝突により軌道が散乱されるまでに粒子が動く距離(平均自由行程)は装置サイズよりはるかに大きく、粒子やエネルギーの拡散過程のようにMHD不安定性等に比べて長時間スケールで起こる現象を取り扱う場合、マクスウェル分布からずれた粒子速度分布や粒子軌道形状のような運動論的效果を考慮しなければならない。

位相空間における分布関数の時間発展を決定する式は、運動論の方程式(ボルツマン方程式はその代表例)と呼ばれる。磁場閉じ込めプラズマでは磁力線の周りを荷電粒子が旋回運動(ジャイロ運動)をするが、その旋回半径(ジャイロ半径)は非一様磁場の变化するスケール長に比べてずっと小さく、ドリフト運動論では、その比を摂動展開パラメータ(ドリフトパラメータ)として用いることにより、粒子分布関数を近似的に求める。回転するコマの軸がゆっくりと動いていくように、非一様磁場の下では荷電粒子のジャイロ運動

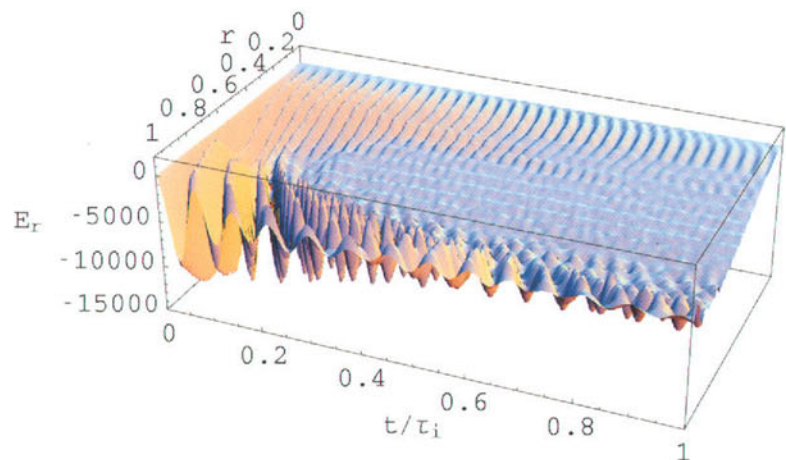


図3 新古典輸送粒子シミュレーションによる測地的音響モード(Geodesic Acoustic Mode, GAM)の解析(佐竹真介氏提供)。図では、負磁気シア配位トカマクにおける小半径方向電場( $E_r$ )の時間( $t$ )・小半径( $r$ )に対する依存性が表され、GAMと呼ばれる径方向電場の振動現象が再現されている。このシミュレーションでは、ドリフト運動方程式に従って多数の粒子軌道を計算し、そこから新古典輸送を求め、両極性条件より電場を決定し、その電場を用いてまた粒子軌道を計算するという手順を繰り返している。トカマクの負磁気シア配位において安全係数 $q$ が1付近の値を取る小半径領域( $r \sim 0.5a$ )で、波と粒子の共鳴相互作用による強いランダウ減衰が観られる。



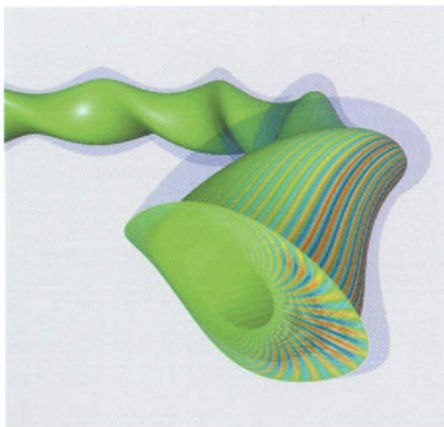


図4 LHD 磁場配位における線形イオン温度勾配不安定性 (ITG モード) の静電ポテンシャル構造 (山岸統氏提供)。赤・青・緑がそれぞれポテンシャルの正・負・ゼロの領域を表す。ヘリカル系トーラスの悪い曲率領域に大振幅の静電ポテンシャルが現れ、そのポテンシャル等値面に沿って  $E \times B$  ドリフトが発生することにより、プラズマ内側と外側を繋ぐ対流構造が形成される。

の中心 (案内中心) は磁力線方向の粒子速度よりもドリフトパラメータが掛かった分だけ遅い速度で磁力線垂直方向に運動 (ドリフト運動) してゆく。速いジャイロ運動に伴い磁気モーメントと呼ばれる断熱不変量が定義されドリフト運動の下で磁気モーメントがエネルギーとともに保存される。磁気モーメントの保存から、磁気ミラーと呼ばれる低磁場領域への粒子捕捉の概念が導かれ、バナナ型をした捕捉粒子軌道が得られる。

磁場閉じ込め核融合における重大な関心事は、どれだけ速くプラズマ粒子が閉じ込め磁場が織りなすトーラス磁気面を横切って外側に漏れだしてくるかという輸送問題である。非一様なトーラス磁場中の高温プラズマにおいて、衝突散乱さ

れるまでの間、粒子は長距離のドリフト運動を行うため、閉じ込め磁場の幾何学的形状に大きく影響を受ける複雑な衝突輸送過程が生じ、「新古典輸送」と呼ばれる。ヘリカル系プラズマでは、捻れたトーラス形状に伴う磁場強度の強弱 (ヘリカルリップル) が加わり、高温の低衝突領域では、このヘリカルリップルに捕捉された粒子の磁気面垂直方向への拡散が、より大きな粒子・熱の新古典輸送を引き起こす。

粒子のドリフト軌道は、磁場だけでなく電場にも影響される。粒子は磁力線に沿って速く動くため、トーラス磁気面上で静電ポテンシャルがほぼ一定の値を取り、トーラス磁気面に対して垂直方向 (トーラス小半径方向) に電場が生じる。このような電場は上述のヘリカル系プラズマにおけるリップル捕捉粒子の新古典輸送を低減するのに非常に有効である。このように径方向電場が新古典輸送を変化させるのとは反対に、電子とイオンの新古典輸送による径方向電流を釣り合わせる (両極性条件) ように電場が発生し、新古典輸送と電場はたがいに作用を及ぼしあいセルフコンシステントに決定される。

例として、図3はトカマクの新古典輸送と電場の時間発展の運動論的シミュレーション結果を示す。ヘリカル系プラズマにおいても、リップル捕捉粒子の拡散により強い径方向電場が誘起されることが新古典輸送理論により予測され、実験により確認されている。径方向電場は新古典輸送のみならず、後述の異常輸送の低減においても重要な役割を果たし、その生成・減衰機構や分岐現象に関する理論的・実験的研究が盛んになされている (居田克巴氏の節参照)。

新古典輸送理論に導かれる他の特筆すべき成果は、ブートストラップ電流である。ブートストラップ電流は、小半径方向の密度や温度の勾配により駆動されるトロイダル方向の電流であり、トカマクにおける非電磁誘導の電流駆動源として注目され、またヘリカル系も含めたトーラスプラズマのMHD平衡・安定性に影響を与える重要な因子である。

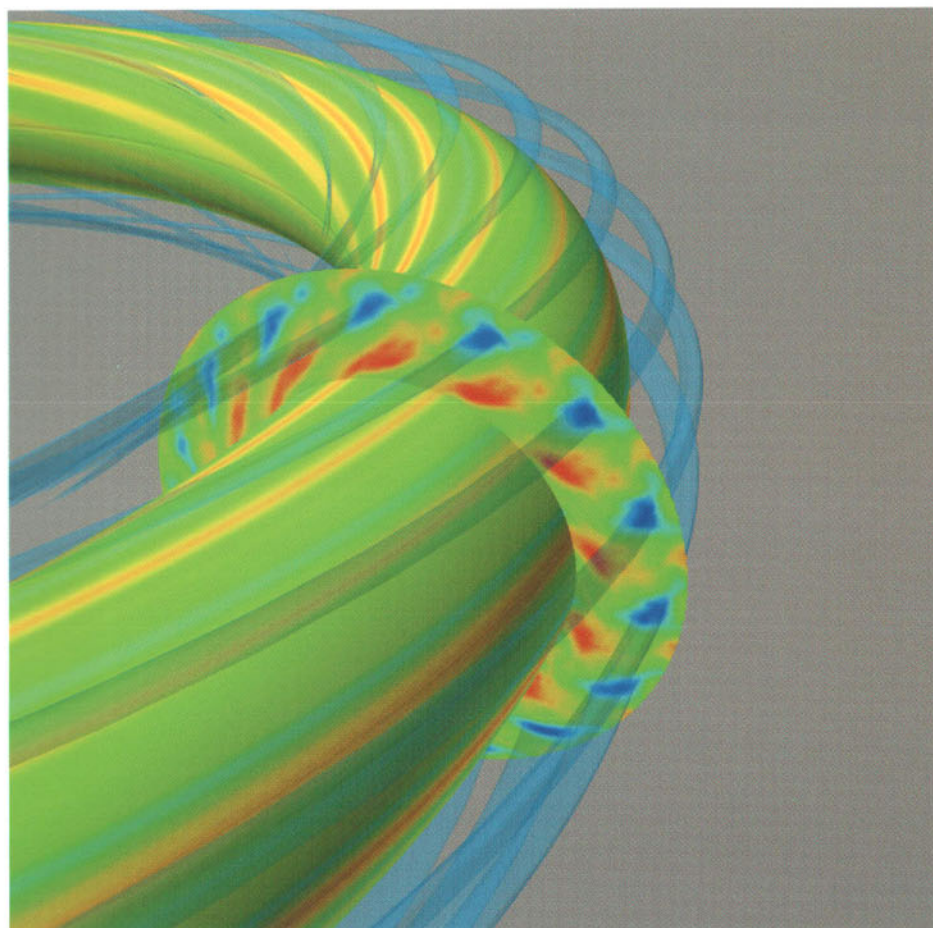


図5 トカマクにおけるITG 乱流のジャイロ運動論的シミュレーション (渡邊智彦氏提供)。ITG 乱流の非線形飽和状態における静電ポテンシャルの構造を表す。赤・青・緑がそれぞれポテンシャルの正・負・ゼロの領域を示す。乱流状態ではモード間の非線形結合により、線形モード構造とは異なる複雑な対流構造が現れ、異常輸送をもたらす。



## ジャイロ運動論と異常輸送

新古典輸送理論では、空間的に装置サイズスケールでゆっくりと変化する静かな電磁場中をドリフト運動する粒子の衝突過程が取り扱われた。実際には、ほとんどすべての磁場閉じ込めプラズマ実験で観測される粒子・熱輸送は新古典輸送理論の予測をはるかに上回り、「異常輸送」と呼ばれている。異常輸送は、新古典輸送理論では考慮しなかったプラズマ中のさまざまな微視的不安定性が作り出す乱流（とくに密度や温度の勾配により駆動される不安定性が生み出すドリフト波乱流）に起因するものと考えられている。ジャイロ運動論は、このような微視的不安定性、乱流、異常輸送を記述するための基本的なモデルである。

ドリフト波乱流では、その典型的な周波数が粒子のジャイロ周波数に比べずっと小さく、また磁力線垂直方向にジャイロ半径と同程度以下の小さな波長を有する揺らぎに対する位相混合の効果（有限ジャイロ半径効果）が重要となってくる。ジャイロ運動論では、運動論的效果として、ランダウ減衰のような粒子のドリフト運動と波動の共鳴相互作用に加えて、短波長領域での有限ジャイロ半径効果を正確に取り扱えるところが、前述のドリフト運動論よりも拡張されている点である。粒子の集団運動により発生する揺動電磁場を求めるために、運動方程式と同時にマクスウェル方程式を解く必要があり、さらに異常輸送を生む乱流状態では非線形性が本質的に重要となるため、ジャイロ運動論はドリフト運動論に比べて理論解析・シミュレーションの対象としてずっと複雑なものになる。

イオン温度勾配不安定性（ITGモード）は、コアプラズマ領域におけるイオン熱異常輸送の原因として近年盛んに研究されている微視的不安定性の一つである。ITGモードは本質的に磁場揺動を伴わない静電的不安定性で、磁力線垂直方向にイオンジャイロ半径の数倍程度の波長を持つ。トーラスプラズマでは、湾曲した磁場によるイオンのドリフト運動と

イオン温度勾配の相乗効果により、プラズマの外側に向かって磁力線が凸型になる領域（悪い曲率領域）にITGモードが成長する（図4参照）。他の微視的不安定性の例として、電子イオンジャイロ半径程度の波長を持つ電子温度勾配（ETG）モードや、高ベータ領域における電磁的不安定性である運動論的バルーニングモード（KBM）がある。

これら微視的不安定性が成長して非線形的に飽和し、定常乱流状態をつくりプラズマ粒子や熱の異常輸送をもたらす過程を再現するため、近年、大規模並列計算機を用いた非線形ジャイロ運動論の方程式とマクスウェル方程式の直接数値シミュレーションがなされるようになってきた（図5参照）。イオンジャイロ半径は装置サイズに比べ3~4桁小さく、トーラス全領域のITG乱流シミュレーションは非常に大きな計算時間と記憶容量を要する。また、ETGモードはITGモードに比べて、2~3桁小さな時間・空間スケールを持ち、これらすべてを同時に解く乱流シミュレーションは现阶段でもなされていない。

このように膨大な計算コストを要するジャイロ運動論の乱流シミュレーションと比較すると、速度空間構造を扱わない分だけ簡単に計算できる流体モデルは魅力的である。巨視的なプラズマ平衡・安定性の解析に用いられたMHDモデル以外にも、ドリフト波乱流や異常輸送を扱うため2流体的效果や運動論的效果を取り入れたさまざまなプラズマ流体モデルが存在する。ジャイロ運動論の乱流シミュレーションよりもすばやく乱流・異常輸送を同程度の精度で評価するため、ラ

ンダウ減衰や有限ジャイロ半径効果等を取り入れたジャイロ流体モデルの構築や、それを用いたミュレーションの研究も精力的に行われている。ジャイロ運動論的シミュレーションやジャイロ流体シミュレーションを実行することにより得られる粒子・熱フラックスから、異常輸送係数のプラズマパラメータ依存性が定式化されれば、その異常輸送係数モデルを用いて、核融合炉のプラズマ密度・温度分布を予測するための輸送コードを構築することができる。

## 多様な現象が相互作用する複雑な系

ここまで、磁場閉じ込めプラズマの巨視的な平衡・安定性を求めるMHD理論から、新古典輸送を調べるドリフト運動論や微視的不安定性・乱流・異常輸送を記述するジャイロ運動論に至るまで、取り扱われる物理過程の属する時間・空間スケールの階層の違いに応じた理論モデルを解説してきた。しかし現実には、異なる階層に属する現象はそれぞれ独立ではなく互いに作用しあって複雑な系全体としての状態が決定されるのである。巨視的平衡の電場・磁場構造が粒子のドリフト軌道や微視的不安定性に影響を及ぼし、またドリフト運動や乱流から粒子・熱輸送、径方向電場やゾーナルフローが生成され巨視的プラズマ状態の変化をもたらす。

こうした多様な階層のさまざまな現象を包含する複雑系としての核融合プラズマの研究の進展が、新たな理論解析・シミュレーション手法の発達に結びつき、核融合炉の実現に貢献することが期待される。

洲鎌英雄（すがま・ひでお）

専門は核融合プラズマ理論。大学院生の頃、MHDや2流体モデルによるプラズマ不安定性の研究を始めた。複雑なプラズマの振る舞いを理解するにはさまざまな理論モデルやシミュレーション手法が要求され、そこが困難かつ魅力的な点である。現在、プラズマ輸送機構の解明を目指し、ドリフト・ジャイロ運動論やジャイロ流体モデルを用いて、微視的不安定性や新古典・乱流異常輸送の研究を行っている。

